

ارزیابی اقتصادی تخصیص بهینه آب کشاورزی در دشت ورامین؛ مطالعه موردی سد لتیان

حامد نجفی علمدارلو^۱

مجید احمدیان^{*۲}

صادق خلیلیان^۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۹/۲۷

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۶/۰۳

چکیده

آب نقش کلیدی در توسعه بخش کشاورزی دارد و بدون آن تولید در این بخش امکان ندارد. هم‌چنین به علت این که ایران در منطقه آب و هوایی خشک قرار گرفته است، اهمیت آن دوچندان است. از طرف دیگر، تخصیص بهینه آب و توجه به پویایی و عوامل تصادفی در تخصیص آن، اهمیت ویژه‌ای دارد. از این‌رو در این مطالعه، از برنامه‌ریزی پویای تصادفی برای تخصیص بهینه آب سد لتیان به کشاورزان دشت ورامین در بین سال‌های ۱۳۷۰ تا ۱۳۹۱ استفاده شده است. تابع هدف در این مسأله، مازاد رفاه مصرف‌کننده است که با توجه به تابع تقاضای آب کشاورزی به دست می‌آید. تابع تقاضای آب با استفاده از روش داده‌های تابلویی تخمین زده شده است. با توجه به این که میزان بهره‌برداری از مخازن سد همواره مورد نزاع میان تصمیم‌گیران بوده است، هدف از این مطالعه تعیین میزان بهینه تخصیص آب به کشاورزان می‌باشد. از این‌رو فرض می‌گردد که مقدار تخصیص آب به کشاورزان بهینه نبوده و باید افزایش یابد. نتایج نشان داد که مقدار بهینه تخصیص آب به کشاورزان ۱۷۰ میلیون مترمکعب در سال است که از میانگین بلندمدت آن ۲۲ میلیون مترمکعب بیشتر می‌باشد. از این رو بایستی مقدار آب اختصاص یافته به کشاورزی را افزایش داد. هم‌چنین با توجه به نوع منحنی تقاضای آب، تأمین آب کشاورزی در شرایط خشک‌سالی بسیار ضروری به نظر می‌رسد.

کلید واژه‌ها: تخصیص بهینه آب، برنامه‌ریزی پویای تصادفی، دشت ورامین، سد لتیان

طبقه‌بندی JEL: Q25، D6، C6 و C23

Email: hamed_najafi@modares.ac.ir

Email: mahmadian@ut.ac.ir

Email: Khalil_s@modares.ac.ir

۱. عضو هیات علمی دانشگاه تربیت مدرس

۲. استاد دانشگاه تهران (نویسنده مسئول)

۳. دانشیار دانشگاه تربیت مدرس

۱. مقدمه

کشاورزی به خصوص در مناطق خشک و نیمه خشک به آبیاری وابسته است، از این رو نقش حیاتی در فعالیت‌های این بخش دارد و بدون آن، تولید در این بخش امکان‌پذیر نیست (امیر و فیشر^۱، ۱۹۹۹). متوسط بارندگی در ایران سالانه ۲۵۰ میلی‌متر است که در حدود یک سوم متوسط جهانی می‌باشد، از طرفی متوسط تبخیر در کشور (۲۱۰۰ میلی‌متر) در حدود سه برابر متوسط جهانی (۷۰۰ میلی‌متر) است (علیزاده، ۱۳۸۲). از این رو محدودیت آب، یکی از مهم‌ترین عواملی است که می‌تواند توسعه کشور را دچار مشکل نماید. اقلیم خشک و نیمه خشک ایران، محدودیت منابع آب شیرین و فعالیت‌های بشری، بحران آب را ایجاد کرده است، در نتیجه بایستی روش‌هایی برای تخصیص بهینه اعمال کرد. از ۹۳ میلیارد مترمکعب آب برداشت شده در هر سال، در حدود ۸۶ میلیارد مترمکعب (۹۰٪) آن در بخش کشاورزی به مصرف می‌رسد. بقیه آب نیز به بخش‌های صنعت و خانگی اختصاص می‌یابد. راندمان آبیاری در بخش کشاورزی در حدود ۴۰ درصد بوده و بقیه آن در مزارع تلف می‌شود (شرکت مدیریت منابع آب ایران، ۱۳۹۲).

دشت ورامین یکی از مناطق مهم کشاورزی در استان تهران است. این دشت در ۴۵ کیلومتری جنوب شرقی تهران واقع شده و مساحت کل آن در حدود ۱۹۱۶ کیلومتر مربع بوده که ۱۳۹۷ کیلومتر مربع آن را دشت آبرفتی تشکیل می‌دهد. دشت ورامین با آب و هوایی نیمه خشک و بافت خاک لومی در جلگه صاف حاصل خیز واقع شده است. از کل اراضی دشت، حدود ۲۱۴۴ هکتار را پوسته‌های نمکی، حدود ۶۸ هزار هکتار را اراضی کشاورزی، ۱۹ هزار هکتار را اراضی مرتعی و ۱۱ هزار هکتار را اراضی مرطوب به خود اختصاص می‌دهند. عمده‌ترین محصولات که در این منطقه به زیر کشت می‌روند عبارتند از: غلات، سبزیجات، محصولات جالیزی و نباتات علوفه‌ای. اکثر کشاورزان برای آبیاری اراضی خود از روش‌های سنتی آبیاری نظیر آبیاری غرقابی و نشتی استفاده می‌کنند (اداره جهاد کشاورزی ورامین و پاکدشت، ۱۳۹۲).

یکی از منابع اصلی تأمین آب مورد نیاز برای کشاورزان در منطقه، سد لتیان است. این سد بر روی رودخانه جاجرود با سطح حوزه آبریزی به مساحت ۶۹۸۰۰ کیلومتر مربع و با متوسط جریان آب سالانه ۳۵۰ میلیون مترمکعب در استان تهران و در فاصله ۳۵ کیلومتری شمال شرقی تهران و ۵ کیلومتری بخش جاجرود قرار دارد. هدف از احداث این سد تأمین آب شرب تهران به میزان ۲۹۰ میلیون مترمکعب در سال، تأمین آب زراعی دشت ورامین به میزان متوسط ۱۶۰ میلیون مترمکعب و همچنین تولید متوسط سالانه ۷۰۰۰۰ مگاوات ساعت انرژی برق - آبی جهت شبکه سراسری می‌باشد. در ادامه‌ی توسعه منابع آب شرب در سال ۱۳۶۷ نیز سالانه به طور متوسط ۱۴۰ میلیون مترمکعب آب از

سد لار به سد لتیان انتقال داده شده است، که این توسعه باعث بالارفتن حجم آب قابل تنظیم سد لتیان به میزان ۴۱۰ میلیون مترمکعب شده است (شرکت مدیریت منابع آب ایران، ۱۳۹۲).

۲. پیشینه پژوهش

مطالعات متعددی بر روی نحوه تخصیص منابع آبی بین بهره‌برداران انجام شده است. در این مطالعات غالباً از روش برنامه‌ریزی ریاضی استفاده شده که تعدادی از آن‌ها در زیر توضیح داده شده است.

ستاری و همکاران (۱۳۸۱) به تخصیص بهینه آب در مخازن سدهای دو منظوره آبیاری-آبرسانی پرداختند. در این مطالعه تابع هدف حداقل نمودن کمبود آب سالانه است که با توجه به محدودیت حجم ذخیره آب و تخصیص آب کشاورزی، بهینه می‌شود. این مدل براساس قابلیت اعتماد مشخص و به‌کار بردن قاعده خطی بهره‌برداری مخزن حل شده است.

صبوحی و همکاران (۱۳۸۷) با استفاده از روش برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای فازی در شرایط نااطمینانی، تخصیص بهینه آب سد طرق را مورد بررسی قرار داده‌اند. در این مطالعه، دو نوع مصرف شرب و کشاورزی وجود دارد که نتایج مدل نشان می‌دهد که سود بخش کشاورزی نسبت به تخصیص آب حساس‌تر است. همچنین با احتمال ۶۶ درصد مصرف‌کننده شهری و با احتمال ۱۸ درصد هر دو مصرف‌کننده دچار کمبود آب می‌شوند.

مومنی و رضایی (۱۳۸۷) با استفاده از برنامه‌ریزی پویای قطعی و تصادفی، بهره‌برداری بهینه از سد ارس را مورد ارزیابی قرار داده‌اند. در این مطالعه نتیجه گرفته می‌شود که مدل برنامه‌ریزی پویای تصادفی مقدار آب بیشتری در ماه‌های مختلف در اختیار مصارف کشاورزی و انرژی می‌گذارد، از این‌رو دارای عملکرد بهتری است.

همایونی‌فر و رستگاری‌پور (۱۳۸۹) به ارزیابی نحوه تخصیص بهینه آب سد لتیان بین محصولات کشاورزی مختلف پرداخته‌اند. ایشان از دو نوع مدل «بهینه‌سازی دو مرحله‌ای نادقیق» و مدل «برنامه‌ریزی فازی بازه‌ای» استفاده کرده‌اند. نتایج نشان داد که با کاربرد برنامه‌ریزی فازی بازه‌ای در بهترین حالت به‌میزان ۶۳، ۶۹، ۴۹ و ۳۳ درصد از آب مورد نیاز محصولات جو، صیفی‌جات، سبزیجات و ذرت علوفه‌ای را تأمین می‌شود، اما در مورد محصول گندم دقیقاً مشخص نیست. هم‌چنین مدل برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای فازی نادقیق به‌طور همزمان سود و قطعیت سیستم را افزایش می‌دهد.

رستگاری‌پور و صبوحی‌صابونی (۱۳۸۹) نیز در مطالعه‌ای به بهینه‌سازی بهره‌برداری از مخزن سد کارده با استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای و در شرایط عدم قطعیت پرداخته‌اند. نتایج نشان داده است که طی سه سال آینده به‌ترتیب ۱/۹، ۲/۵۵ و ۳/۱ میلیون مترمکعب آب در بخش شرب و

۰/۲۲، ۰/۳۲ و ۰/۷۵ در بخش کشاورزی کاهش خواهد یافت. از این رو بایستی در هر دو بخش شرب و کشاورزی افزایش راندمان مناسب اتفاق بیفتد.

میهن خواه و همکاران (۱۳۹۱) با استفاده از برنامه‌ریزی پویا به نحوه‌ی مدیریت منابع آب سطحی در دشت ورامین پرداخته‌اند. در این مطالعه از دو نوع روش برنامه‌ریزی قطعی و تصادفی برای تخصیص بهینه استفاده شده و در نهایت نتیجه‌گیری می‌شود که مدل تصادفی نسبت به نوع قطعی آن در تخصیص بهینه آب؛ عملکرد مناسب‌تری دارد.

پروونچر و بارت^۱ (۱۹۹۳) در مطالعه خود به ارزیابی اثرات بیرونی ناشی از استخراج آب از منابع زیرزمینی می‌پردازند. ایشان در مطالعه خود نرخ بهینه استخراج آب را در شرایطی که از یک مدل تئوری بازی‌های پویا با استراتژی پس‌خور استفاده می‌نمایند، به‌دست آورده‌اند. تحلیل این دو نشان می‌دهد که اثرات بیرونی ناشی از استخراج در حالتی که کشاورزان ریسک‌گریز باشند، افزایش می‌یابد. در نتیجه اثرات بیرونی ریسک‌گریزی نیز به وجود می‌آید که در مدیریت منابع آب بایستی به آن توجه کرد. ایشان برای تصریح مدل خود از برنامه‌ریزی پویا و برنامه‌ریزی پویای تصادفی استفاده می‌کنند. ناپ و السون^۲ (۱۹۹۶) مدیریت منابع آبی را با استفاده از یک تابع مطلوبیت برگشت‌پذیر مدل‌سازی کرده‌اند. تابع هدف مورد استفاده یک تابع مطلوبیت انتظاری است که با توجه به نرخ تنزیل بین دوره-ای و احتمال وقوع ریسک در طی زمان، حداکثر می‌شود. در این‌جا از یک مدل برنامه‌ریزی شبکه‌ای استفاده شده است که مقدار بهینه تابع مطلوبیت با توجه به محدودیت موجودی منابع و متغیرهای ریسک بهینه می‌شود. ایشان نتیجه می‌گیرند که کاهش در کشش جانشینی بین دوره‌ای به مانند افزایش در ریسک منجر به افزایش استخراج و کاهش در موجودی منابع خواهد شد.

هاویت و همکاران^۳ (۲۰۰۲) نیز از روش برنامه‌ریزی پویای تصادفی در جهت تخصیص بهینه آب در کالیفرنیا شمالی می‌پردازند. در این مطالعه از پارامترهای ریسک‌گریزی، نرخ تنزیل و نرخ جانشینی بین دوره‌ای برای تخصیص بهینه استفاده شده است. در واقع ایشان از این مدل برای شبیه‌سازی جریان‌ات تصادفی آبخوان استفاده می‌کنند و مقدار بهینه استخراج از منبع آب را در دوره زمانی مورد مطالعه به‌دست آورده‌اند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که پارامتر جانشینی بین دوره‌ای نسبت به دو پارامتر دیگر از اهمیت بالاتری برای تصمیم‌گیران دارد.

مسانگی^۴ (۲۰۰۵) از دیدگاه متفاوتی به قضیه مدیریت آب زیرزمینی نگاه می‌کند. وی در تحقیق خود عایدات ناشی از مدیریت آب زیرزمینی را با استفاده از یک تابع مطلوبیت عطفی تعیین می‌کند. به عقیده وی بسیاری از مطالعات در رابطه با استخراج آب، چه در حالت عدم همکارانه و چه در حالت

1. Provencher and Burt
2. Knapp and Olson
3. Howitt *et al.*
4. Msangi

دخالت‌های نهادی، همواره با یک فرض ساده‌سازی انجام می‌گیرد که در آن رفتار مصرف‌کننده در طی زمان به صورت گسسته انجام می‌گیرد. وی از مدل تابع مطلوبیت عطفی و تئوری بازی‌های پویا برای ارزیابی مدیریت آب زیرزمینی در منطقه «کرن» کالیفرنیا استفاده کرده و فرض فوق را در نظر نمی‌گیرد. نتایج تحقیق وقتی که از این روش استفاده می‌شود، با نتایج تحقیقاتی که در آن با فرض گسست زمان انجام شده است، متفاوت می‌باشد و در نتیجه پیشنهاد می‌کند که بایستی نتایج مطالعات پیشین با استفاده از این گونه مدل‌ها اصلاح شود.

لی و همکاران^۱ (۲۰۰۶)، مدیریت منابع آب در کانادا را با توجه به سناریوهای مختلف ارزیابی کرده‌اند. ایشان از مدل برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای استفاده کرده و مقدار بهینه تخصیص آب را بین مصارف مختلف به دست آورده‌اند. همچنین مبادله اهداف اقتصادی و زیست‌محیطی را نیز ارزیابی کرده‌اند. نتایج مطالعه آن‌ها در طی ۸۱ سناریو و برای سه گروه مصرف‌کنندگان شهری، کشاورزی و صنعتی برای سه بازه زمانی آینده ارائه شده است.

لی و همکاران^۲ (۲۰۰۹) از مدل برنامه‌ریزی فازی تصادفی پویا برای مدیریت و تخصیص بهینه منابع آب استفاده کرده‌اند. در این مطالعه راه‌حل‌های فازی به مدل‌های قطعی تبدیل شده و از آن در طراحی سیاست‌های مدیریت منابع آب در شرایط احتمالی استفاده می‌شود.

دای و لی^۳ (۲۰۱۳) از یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای برای تخصیص آب برای تعیین الگوی کشت بهینه در شرایط عدم حتمیت در حوزه رودخانه ژانگ ونگ استفاده کرده و با استفاده از سناریوهای متفاوت عدم حتمیت میزان بهینه تخصیص آب و الگوی کشت را به دست آورده‌اند.

با توجه به ادبیات تحقیق، ابتدا از روش داده‌های تابلویی برای تخمین تابع تقاضا استفاده می‌شود. با توجه به کسش قیمتی آب در تابع تقاضا، مازاد رفاه تقاضا کننده به دست آمده و به عنوان تابع هدف در مدل برنامه‌ریزی ریاضی در نظر گرفته می‌شود. با حداکثرسازی تابع هدف، مقدار بهینه تخصیص آب سد لتیان به کشاورزان دشت ورامین به دست می‌آید. در این تحقیق با توجه به پویا بودن فرآیند تخصیص آب و اثرگذاری عوامل تصادفی بر موجودی منابع، روش «برنامه‌ریزی پویای تصادفی»^۴ برای حداکثرسازی تابع هدف به کار رفته است. اطلاعات و آمار لازم از ادارات جهاد کشاورزی ورامین و پاکدشت، شرکت مدیریت منابع آب ایران و تکمیل ۱۶۰ پرسشنامه با استفاده از روش طبقه‌بندی تصادفی در سال ۱۳۹۱ جمع‌آوری شده است.

1. Li *et al.*

2. Li *et al.*

3. Dai and Li

4. Stochastic Dynamic Programing (SDP)

۳. ادبیات نظری

۱.۳ - تابع تقاضا و مازاد رفاه تولید کننده

تصمیم‌گیری در مورد استفاده آب در مزارع براساس اصول پایه تقاضا می‌باشد و از آن به‌عنوان نهاده‌ای در آبیاری زراعی استفاده می‌شود. بر اساس اصول پایه تقاضا، نهاده تا جایی استفاده می‌شود که درآمد نهایی آن بیشتر یا مساوی هزینه نهایی باشد ($MR \geq MC$). در حال حاضر تقاضای آب نسبت به قیمت بی‌کشش است و تا زمانی که هزینه‌های آب به‌طور مصنوعی پایین نگه‌داشته شود، تقاضای آب بی‌کشش خواهد بود (گیبون^۱، ۱۹۸۷). تابع تقاضای آب کشاورزی به‌صورت زیر است:

$$Q = g + k.P \quad (۱)$$

که در این‌جا، P قیمت آب، Q مقدار آب مصرف شده، g عرض از مبدأ و k هم نشان‌دهنده‌ی شیب است ($g > 0, k < 0$). تابع معکوس تقاضا هم به‌صورت $P = g' - k'Q$ نوشته می‌شود که در آن $g' = g/k$ و $k' = 1/k$.

در یک منحنی تقاضا با شیب نزولی، مصرف‌کنندگانی وجود دارند که برای به‌دست آوردن کالا قیمتی بالاتر از قیمت جاری بازار می‌پردازند. این اختلاف بین قیمتی که مصرف‌کنندگان تمایل به پرداخت آن را دارند با قیمت بازار، به‌عنوان مازاد رفاه مصرف‌کننده شناخته می‌شود. در واقع مازاد مصرف‌کننده زمانی وجود دارد که فرد مجبور به پرداختن قیمتی برای خرید کالا می‌گردد که این قیمت کمتر از قیمت ذهنی و مورد انتظار او برای پرداخت است. به‌عبارت دیگر مصرف‌کنندگان برای کالای موردنظر مقدار کمتری نسبت به آنچه که برای از دست ندادن کالا حاضر به پرداخت است، می‌پردازد.

در نهایت می‌توان گفت که اضافه رفاه مصرف‌کننده، منفعت و ارزشی است که مصرف‌کننده به‌دست می‌آورد در جایی که حاضر به پرداخت بالاتر از قیمت بازار است، و رابطه آن به‌صورت زیر است:

$$CS = \int_{P_e}^{P_{\max}} D(P).dp \quad (۲)$$

که در این رابطه، P_e قیمت تعادلی، P_{\max} حداکثر قیمت و CS هم مازاد مصرف‌کننده را نشان می‌دهد. هدف از تقاضا کنندگان، حداکثر نمودن مازاد مصرف‌کننده است.

۲.۳ استفاده از برنامه‌ریزی پویای تصادفی در تخصیص آب

مطالعات گذشته در مورد تخصیص آب نشان‌دهنده‌ی این است که روش‌هایی که درباره تخصیص آب وجود داشته در چهار گروه طبقه‌بندی می‌شود: الف) شبیه‌سازی سیستمی، ب) تخصیص بهینه بر

اساس تئوری اقتصاد نهادی یا تئوری بازی‌ها، ج) تخصیص بهینه براساس تئوری اقتصادی - اکوسیستمی و د) تخصیص بهینه براساس تئوری بهینه‌سازی اقتصادی.

تئوری شبیه‌سازی سیستمی از ساده‌ترین روش‌های تخصیص است. در این حالت مشخصات و ویژگی‌های منبع آبی در کامپیوتر شبیه‌سازی می‌شود. این روش به‌طور مشخصی انتقال و جابجایی آب را نمایش داده و معمولاً در سیستم‌های مدیریتی ساده استفاده می‌شود. روش دوم برای تخصیص بهینه، براساس اقتصاد نهادی و یا تئوری بازی‌ها است. چنین روشی نیازمند تعریف روابط بین متغیرهای پولی و غیرپولی می‌باشد و تأکید بیشتری بر روی حقوق مالکیت در بازار دارد. روش سوم، تخصیص بهینه براساس تئوری‌های اقتصادی - اکولوژیکی است. در این حالت آب به‌عنوان یک عضو از سیستم طبیعت - جامعه - اقتصاد در نظر گرفته شده و در آن منافع اجتماعی با توجه به حداقل استفاده از موجودی منابع، حداکثر می‌شود. چهارمین رهیافت از نوع تئوری بهینه‌سازی اقتصادی است. این روش از تئوری بهینه‌سازی پارتو استفاده می‌کند. در این روش از برنامه‌ریزی خطی و یا پویا برای تخصیص بهینه استفاده می‌شود.

در این مطالعه از روش چهارم برای تخصیص بهینه آب استفاده شده است. روش برنامه‌ریزی پویای تصادفی نیز برای بهینه‌سازی به کار رفته است. این روش ابزار مناسبی در جهت تحلیل مسائلی که با دو پدیده عوامل تصادفی و پویایی مواجه هستند، فراهم می‌آورد. در این گونه مسائل، اثرات تصادفی که بر موجودی منابع آب واقع می‌شوند، با استفاده از این گونه مدل‌ها فرموله شده و اثرات آن در نحوه تصمیم‌گیری و ارزش تابع هدف بهره‌برداران آورده می‌شود (برتسکاس^۱، ۱۹۷۶). در واقع یک مدل برنامه‌ریزی پویای تصادفی قابلیت مدل‌سازی اثرات ریسک را دارد (هاویت^۲، ۲۰۰۲). معادله عمومی یک مسأله برنامه‌ریزی پویای تصادفی متناهی به‌صورت زیر است:

$$\text{Max } V(u, X, \tilde{e})$$

$$u$$

$$\text{s.t.}$$

$$X_{t+1} = g(X_t, u_t, \tilde{e})$$

$$(۳)$$

$$u_t \in \psi(X_t, \tilde{e}_t), \quad X \in \Omega$$

در این رابطه، X نشان‌دهنده‌ی بردار متغیر وضعیت، U بردار متغیر کنترل و \tilde{e} هم یک بردار از وقایع تصادفی است که بر روی متغیر وضعیت و تابع هدف اثرگذار است. البته توزیع بردار تصادفی نرمال است $(\tilde{e}_t \text{ i.i.d } (\mu, \delta^2))$. هدف تصمیم‌گیران به‌دست آوردن مجموعه‌ی بهینه از متغیر

1. Bertsekas

2. Howitt

کنترل $\{u_1^*, \dots, u_T^*\}$ است، به طوری که رابطه (۳) حداکثر شود. این تابع هدف به صورت مجموع ارزش حال مازاد رفاه تعریف می‌شود.

معادله حرکت به صورت استخراج پویا از منبع تعریف می‌شود. در هر دوره سطح متغیر وضعیت، تابعی از سطح متغیر در دوره گذشته، متغیر کنترل و متغیر تصادفی است (رابطه ۳). این مسأله به وسیله حدود بالا و پایین منبع، محدود می‌شود. مجموعه Ω نشان دهنده مجموعه در دسترس محدودیت‌های کنترل، متغیر وضعیت و متغیر تصادفی است. این مجموعه می‌تواند شامل متغیرهای فیزیکی و یا فنی باشد. مجموعه Ω هم مشخص کننده کل محدوده در دسترس محدودیت‌هاست. پویایی یک سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X_{t+1} = X_t + \tilde{e}_{1t} - u_t \quad (4)$$

تغییرات در موجودی منبع بایستی یا میزان تغییرات تصادفی و میزان استفاده از منبع برابر گردد. t هم نشان دهنده‌ی زمان است. تقاضای نهایی برای منبع X_t با u_t نشان داده می‌شود. در این معادله تصمیم‌گیران تغییرات متغیر تصادفی (\tilde{e}_{1t}) و X_t را مشاهده کرده و مقدار برداشت از منبع (u_t) را انتخاب می‌کنند.

ارزش واسطه‌ای منبع به وسیله‌ی معکوس تابع تقاضا $p(u)$ تعریف می‌شود.

$$W(u) = \int_0^q P(u).du \quad (5)$$

که در واقع این همان مازاد رفاه مصرف از یک تابع تقاضای آب می‌باشد.

۴. مواد و روش‌ها

۴.۱ داده‌های تابلویی

در این مطالعه در ابتدا برای تخمین تابع تقاضای آب کشاورزی در دشت ورامین از روش داده‌های تابلویی^۱ استفاده می‌شود. داده‌های تابلویی، محیط بسیار مناسبی برای گسترش روش‌های تخمین و نتایج نظری فراهم می‌سازند و محققان قادر به استفاده از داده‌های مقطعی و سری زمانی برای بررسی مسایلی به کار می‌روند که امکان مطالعه آن‌ها در محیط‌های فقط مقطعی یا فقط سری زمانی وجود ندارد. روش داده‌های تابلویی، روشی برای تلفیق داده‌های مقطعی و سری زمانی است (بالتاجی، ۲۰۰۵).

1. Panel Data
2. Baltagi, 2005

۲.۴ مدل برنامه‌ریزی ریاضی

برنامه‌ریزی پویای تصادفی از روش‌های «خطی درجه دوم گوسی^۱»، «تصمیم مارکوف^۲» و «تقریب برنامه‌ریزی پویا^۳» حل می‌شود. روش تقریب برنامه‌ریزی پویا از شبیه‌سازی و تابع تقریب برای کاهش مقدار محاسبات استفاده می‌کند (برتسکاس و تتسیکلوس^۴، ۱۹۹۶). در این روش جدول ارزش با مجموعه حالت‌ها^۵ ساخته شده و با استفاده از روش تقریب محاسباتی^۶ جاد^۷ (۱۹۹۸)، بهترین تابع هدف پیوسته به دست می‌آید. از روش «تکرار ارزش^۸» نیز برای حداکثرسازی تابع هدف استفاده می‌شود، در حالی که بتوان معادله بلمن را نیز حل کرد. مزیت این روش در سرعت همگرا شدن و پیوسته بودن متغیر کنترل و وضعیت است. همچنین امکان سناریوسازی را فراهم می‌کند.

۱.۲.۴- رهیافت تکرار ارزش

در این روش تابع هدف در افق زمانی محدود تقریب زده می‌شود، و با توجه به تصمیمات در دوره‌های زمانی، حداکثر می‌شود. معادله بلمن به صورت زیر است (بلمن^۹، ۱۹۶۱):

$$V(x_t) = \text{Max}_u \{f(x_t, u_t) + \beta V(x_{t+1}) | x_{t+1} = g(x_t, u_t)\} \quad (۶)$$

که در رابطه فوق، $f(x_t, u_t)$ نشان دهنده تابع هدف و $x_{t+1} = g(x_t, u_t)$ معادله حرکت برای متغیر وضعیت است. فرآیند حل معادله‌ی فوق تکرار تابع هدف در دوره‌های زمانی برای رسیدن به حالت بهینه است. به عبارت دیگر در اینجا هدف به دست آوردن یک تقریب چندجمله‌ای از یک تابع هدف ناشناخته است، به طوری که توابع هدف میانی که با استفاده از نرخ تنزیل به دوره بعد منتقل می‌شوند، تابع هدف نهایی را تشکیل داده و حداکثر می‌شود. این «رابطه نقشه‌برداری^{۱۰}» است که به وسیله $V^{s+1} = TV^s$ نشان داده شده است. که در اینجا T نشان دهنده یک نقشه‌برداری است که با توجه به تقریب $s = 0, 1, \dots, S$ تولید شده و به یک حالت پایدار مانند $V = TV$ همگرا می‌شود.

نوع تقریبی که در این حالت انتخاب می‌شود از نوع چندجمله‌ای «چبیشف^{۱۱}» است. این چند جمله‌ای از نوع متعامد بوده که توسط جاد (۱۹۸۹) و پرونچر و بارت (۱۹۹۷) استفاده شده است. این تقریب به صورت $V(x) = \sum_i \alpha_i \phi_i(M(x))$ است که در آن ضریب چند جمله‌ای آم

1. Linear Quadratic Gaussian (LGQ)
2. Markov decision process (MDP)
3. Approximate Dynamic Programming (ADP)
4. Bertsekas and Tsitsiklis
5. State
6. Computational Economic Approximation Methods
7. Judd
8. Value Iteration Method
9. Bellman
10. Mapping Relationship
11. Chebychev

می‌باشد، که به صورت فاصله بین نقشه‌برداری‌ها $\hat{x} = M(x)$ تعریف می‌شود که در چند جمله‌ای چبیشف بین منفی یک و مثبت یک $[-1 + 1]$ است. چند جمله‌ای چبیشف به صورت سینوسی بوده و برای m امین جمله به صورت $Q_n(\hat{x}) = \text{Cos}(n \cdot \text{Cos}^{-1}(\hat{x}))$ می‌باشد، که به صورت رابطه عطفی شمارشی زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \phi_1(\hat{x}) &= 1 \\ \phi_2(\hat{x}) &= \hat{x} \\ \phi_3(\hat{x}) &= 2\hat{x}\phi_2(\hat{x}) - \phi_1(\hat{x}) \\ &\dots \\ \phi_n(\hat{x}) &= 2\hat{x}\phi_{n-1}(\hat{x}) - \phi_{n-2}(\hat{x}) \end{aligned} \quad (V)$$

بر اساس مطالعات جاد، الگوریتمی که برای به دست آوردن یک تقریب مناسب از تابع هدف $V(x)$ به ازای هر $x \in [a \ b]$ ساخته می‌شود، می‌تواند به صورت فرآیند زیر است، که در نهایت رگرسیون چبیشف به دست می‌آید:

- گره‌هایی که در تقریب تابع هدف استفاده می‌شوند از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\hat{x}_k = -\text{Cos}\left(\frac{2k-1}{m} \cdot \pi\right) \in [-1 \ +1] \text{ for } k=1, \dots, m \text{ whrer } m \geq n+1 \quad (V)$$

- با حل معادله بلمن به ازای هر گره m مقدار حداکثر تابع هدف $V^{(j)}(x_k) = \text{Max}_{x_k^+} \{f(x_k, g^{-1}(x_k, x_k^+)) + \beta \cdot V^{j-1}(x_k^+)\}$ به دست آورده می‌شود؛ که در آن x_k^+ ارزش متغیر وضعیت در دوره بعد است، به شرط این که در گره k به حداکثر مقدار خود رسیده باشد و $V^{(j-1)}$ نیز تقریبی از تابع هدف است (تکرار صفر با یک مقدار فرضی صورت می‌گیرد). و رابطه تبدیل x به x_k نیز به صورت $x_k = (\hat{x}_k + 1) \left(\frac{b-a}{2}\right)$ می‌باشد. مقدار ضریب چندجمله‌ای برای تکرار j در رگرسیون برابر با:

$$a_i^{(j)} = \frac{\sum_{k=1}^m V^{(j)}(x_k) \phi_i(\hat{x}_k)}{\sum_{k=1}^m \phi_i(\hat{x}_k) \phi_i(\hat{x}_k)}$$

بوده که با آن می‌توان تابع هدف جدید را به صورت $V^{(j)}(x) = \sum_i a_i^{(j)} \phi_i\left(2 \cdot \frac{x-a}{x-b} - 1\right)$ به دست آورده و در تکرار بعدی معادله بلمن استفاده کرد.

این فرآیند تا جایی تکرار می‌شود که ضریب چندجمله‌ای به یک عدد مشخصی همگرا گردد، به عبارت دیگر مجموع مربعات $\|a^{(j)} - a^{(j-1)}\|^2$ ، که در هر تکرار محاسبه می‌شود از حد مجاز خطا (ε) کمتر باشد، یعنی $\|a^{(j)} - a^{(j-1)}\|^2 \leq \varepsilon$.

۱.۴.۱ مسأله برنامه‌ریزی پویای تصادفی

تصمیم‌گیرندگان قصد دارند که تابع رفاه خود را نسبت به معادله حرکت، حداکثر نمایند. در نتیجه معادله‌ی بلمن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Max}_u V_t &= \{W_t(u_t) + \beta E_{e1}[V_{t+1}(X_{t+1})]\} \\ \text{s.t.} \\ X_{t+1} &= X_t + \tilde{e}_{1t} - u_t \\ X_{t+1} &\geq \underline{X} \\ X_{t+1} &\leq \overline{X} \\ u_t &\geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

در این جا تخصیص منابع به نحوی انجام می‌گیرد که تابع هدف فوق نسبت به محدودیت‌ها، حداکثر شود. در هر دوره‌ای مازاد خالص به میزان استخراج بستگی دارد و تابع هدف، تابعی انتظاری از مازاد خالص دوره‌ی جاری است. در افق برنامه‌ریزی، بردار تصمیم بهینه از یک وضعیت به وضعیت بعدی در همه دوره‌ها ثابت است. معادله عطفی پویای تصادفی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} V_t(X_t, \tilde{e}) &= \text{Max}_u \{W_t(u_t) + \beta \int V_{t+1}(X_{t+1}, \tilde{e}) . dF_1\} \\ \text{s.t.} \\ X_{t+1} &= X_t + \tilde{e}_{1t} - u_t \\ X_{t+1} &\geq \underline{X} \\ X_{t+1} &\leq \overline{X} \\ u_t &\geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

بر خلاف تئوری‌های مرسوم در مورد ارزش‌گذاری تابع هدف در شرایط احتمالی و پویا، در اینجا دو نوع تقریب وجود دارد، اولی در مورد تابع هدف است و دومی اطلاعاتی است که توسط تصمیم‌گیر انباشته می‌شود. تقریب در مورد تابع هدف انتظاری با فرض پیوستگی آن انجام شده و تقریب در مورد اطلاعات تصمیم‌گیران با این فرض انجام می‌شود که ایشان در هر زمان مسأله کنترل تصادفی را به

مانند یک مساله «حلقه بسته»^۱ در نظر می‌گیرند که بر اساس اطلاعات گذشته استوار است. اطلاعات اطلاعات راجع به متغیر وضعیت در هر دوره با توجه به تغییرات شرایط تصادفی به‌روز می‌شود. همچنین فرض می‌شود که مدل‌سازی متغیر وضعیت در مواقعی که با یک مساله تصادفی در افق زمانی محدود مواجه هستیم توسط یک متغیر وضعیت دوره جاری در افق زمانی نامحدود انجام می‌گیرد. به عبارت دیگر، در این تقریب فرض می‌شود که توانایی تصمیم‌گیرندگان در پیش‌بینی متغیر وضعیت، متغیر کنترل در دروهی جاری را تغییر نمی‌دهد.

۵. تخمین تقاضای آب و بهینه‌سازی مدل برنامه‌ریزی

در این بخش ابتدا نتایج برآورد تابع تقاضای آب کشاورزی در دشت ورامین آورده شده است. از این تابع تقاضا در جهت محاسبه میزان مازاد رفاه کشاورزان منطقه استفاده می‌شود. در مرحله بعد، ارزش حال رفاه کشاورزان با توجه به جریان‌ات تصادفی که بر منبع عرضه آب حادث شده است، با استفاده از مدل برنامه‌ریزی تصادفی پویا، حداکثر می‌شود.

نوع تابع تقاضای آب با توجه به مطالعات پیشین، تصریح شده است. در این تابع از دو متغیر قیمت آب و درآمد خالص استفاده می‌شود. به این علت از متغیر درآمد خالص استفاده شده که عملکرد و هزینه تولید محصولات را در نظر می‌گیرد، در نتیجه نیازی به وارد کردن متغیرهایی مانند قیمت سایر نهاده‌ها نیست. برای آزمون استفاده از روش داده‌های تابلویی از آزمون F لیمر استفاده شده که مقدار آن ۷/۵۸ بوده و در سطح یک درصد معنی‌دار است. همچنین برای تخمین اثرات پویا و ایستا از آزمون هاسمن استفاده شده که مقدار آن ۱۲/۵۶ بوده و در سطح یک درصد معنی‌دار است. از این رو، برای به‌دست آوردن تابع تقاضا برای آب کشاورزی در دشت ورامین از رهیافت داده‌های ترکیبی با اثرات ثابت استفاده شده است. این تابع به‌صورت لگاریتمی تخمین زده می‌شود، چرا که در این روش می‌توان مستقیماً کشش قیمتی تقاضای آب را به‌دست آورد. از طرف دیگر میزان ناهمسانی واریانس را کاهش داده و ضریب تعیین را بالا می‌برد. نتایج تخمین تابع تقاضای آب کشاورزی در نرم‌افزار Eviews7 به‌صورت زیر است:

جدول ۱: تخمین تابع تقاضای آب کشاورزی در دشت ورامین

DW	R ²	لگاریتم درآمد خالص کشاورزان	لگاریتم قیمت	عرض از مبدا	
۲/۲	٪ ۷۰	۰/۲۴ (۳/۳۹)*	-۰/۲۲ (-۲/۰۱)**	۷/۵۲ (۶/۳۲)*	مقدار

*، ** و *** معنی‌داری در سطح ۱، ۵ و ۱۰ درصد

منبع: یافته‌های تحقیق

با توجه به رابطه کشش قیمتی تقاضا، می‌توان مقادیر عرض از مبدأ و شیب تابع تقاضا را به دست آورد. در نتیجه تابع تقاضای خطی به صورت $P = g' - k'W$ وجود دارد، که با توجه به آن می‌توان مازاد رفاه تولیدکننده را به دست آورد. در ادامه کشاورزان مجموع ارزش حال انتظاری مازاد رفاه، ناشی از تخصیص آب از سد لتیان، را در طی زمان حداکثر می‌کنند. با توجه به اینکه توزیع احتمال جریان آب تخصیص یافته در طی زمان به صورت نرمال است، احتمال وقوع ۴ نوع جریان تخصیص به دست آورده می‌شود. این چهار جریان بر اساس تعداد فراوانی آن‌ها به چهار گروه خیلی کم، کم، متوسط و زیاد طبقه‌بندی شده است (جدول ۳). با توجه به موارد فوق و نرخ تنزیل ۲۰ درصد^۱، معادله تصادفی بلمن با توجه به محدودیت‌های ذخیره آب (حد بالا و حد پایین) در طی دوره‌ی زمانی ۱۳۷۰ تا ۱۳۹۱، حل می‌شود (حل رابطه‌ی ۹).

در روش تقریب پویا، از چندجمله‌ای چیشف استفاده شده است، این چندجمله‌ای در مقایسه با چند جمله‌ای درجه سوم قدرت همگرایی بیشتری داشته و زمان حل تابع تقریب در آن کمتر است. برای به دست آوردن بهترین تقریب، ۷ ضریب برای این چند جمله‌ای به دست آورده شده تا در نهایت به بهترین رگرسیون چیشف دست یابیم. این معادله با استفاده از برنامه GAMS حل شده و نتایج آن به صورت زیر است:

جدول ۲: ضرایب چندجمله‌ای چیشف

ضریب	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
مقدار	۱۲۵۶۲۷۰۰۰	۱۶۵۷۹۲۰۰	-۸۱۷۷۱۰۰	۲۴۱۶۷۸۰	-۷۴۰۹۱۰	۳۹۴۲۸۵	-۲۰۷۰۴

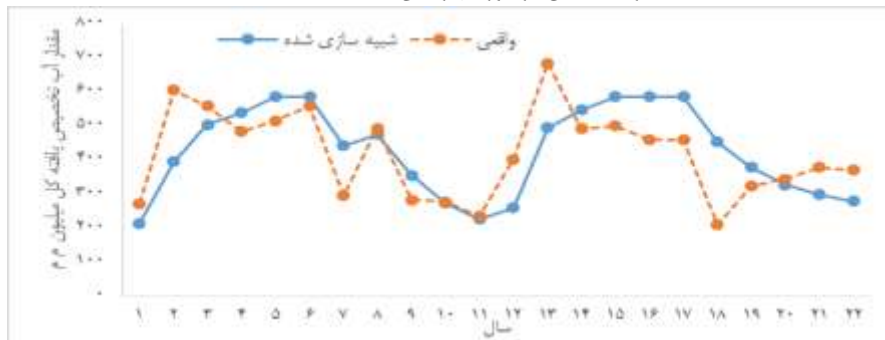
منبع: یافته‌های تحقیق،

* اعداد بدون واحد

حال با توجه به این ضرایب و حل معادله‌ی برنامه‌ریزی پویای تصادفی، می‌توان مقادیر شبیه‌سازی شده توسط مدل و مقادیر واقعی مقدار آب تخصیصی به کشاورزی و کل آب تخصیص یافته را مشاهده کرد:

۱. این نرخ در واقع نرخ سود مشارکت سرمایه‌گذاری در طرح‌های یک ساله است.

نمودار ۱: مقایسه مقادیر واقعی و شبیه‌سازی شده کل آب تخصیص یافته از سد لتیان در دوره‌ی زمانی ۱۳۷۰ تا ۱۳۹۱



نمودار ۲: مقایسه مقادیر واقعی و شبیه‌سازی شده آب تخصیص یافته به کشاورزی از سد لتیان در دوره‌ی زمانی ۱۳۷۰ تا ۱۳۹۱



با توجه به نمودار فوق و نتایج حاصل از حل مدل، مقدار بهینه تخصیص آب به کشاورزی برابر با ۱۷۰/۷۶۳ میلیون مترمکعب در سال است، در واقع این مقدار بهینه از برابری ارزش حال نهایی نگهداری آب و ارزش نهایی تخصیص آب به‌دست آمده است. از همین رو با توجه به مقدار بهینه تخصیص، ارزش حال سود انتظاری تصادفی نیز بیش از ۱۳۶ میلیارد تومان خواهد بود. به همین ترتیب ارزش حال سود در هر یک از گره‌های احتمالی تابع هدف به‌صورت جدول زیر است:

جدول ۳: ارزش حال رفاه تقاضای آب کشاورزان در هر یک از گره‌های احتمالی

گره	۱ (خیلی-کم)	۲ (کم)	۳ (متوسط)	۴ (زیاد)
ارزش حال رفاه (۱۰ ریال)	۱۳۹۴۳۰۴۰۰	۱۳۲۹۳۳۶۰۰	۱۳۶۱۶۶۹۰۰	۱۳۶۰۷۸۷۰۰
آب تخصیصی (میلیون متر مکعب)	۱۶/۴۱	۷۴/۱۴	۲۰۴/۲۳	۳۱۵/۴
درصد احتمال	۲۲/۷	۲۲/۷	۳۱/۸	۲۲/۸

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول ۳ در واقع میزان ارزش حال تابع هدف انتظاری را با توجه به مقدار آب اختصاص یافته و احتمال وقوع آن نشان می‌دهد. با افزایش مقدار تخصیص آب، ارزش حال رفاه نیز افزایش می‌یابد، اما وقتی که این میزان از حد مشخصی فراتر می‌رود، ارزش حال کم می‌شود. این کاهش از گره سوم به گره چهارم، به این علت است که مقدار آب، مازاد بر تقاضای کشاورزان تخصیص داده شده و باعث می‌شود که از میزان رفاه ایشان کاسته شود. در واقع در اینجا از نهاده آب در ناحیه سوم تولید استفاده شده که باعث کاهش رفاه شده است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله سعی شده است اثر دو عامل اثرات تصادفی و زمان بر روی میزان تخصیص بهینه آب کشاورزی سد لیتان، مدل‌سازی شود. از این رو، ابتدا تابع تقاضای آب کشاورزی در دشت ورامین با استفاده از داده‌های تابلویی تخمین زده شد. نتایج تخمین تقاضای آب نشان داد که آب کالایی کشش‌ناپذیر بوده و مقدار کشش قیمت آن $0/22$ - بوده است. در واقع با افزایش 100 درصدی در قیمت آب، تنها به میزان 22 درصد از تقاضای آن کاسته می‌شود، از این رو این نهاده در کشت محصول ضروری است. همچنین با توجه به عدم کشش درآمدی تقاضای آب، افزایش در درآمد خالص، منجر به افزایش زیادی در مصرف آب نخواهد شد. با توجه به مقدار کشش به دست آمده، مازاد رفاه تقاضاکنندگان آب کشاورزی استخراج شده است. مازاد رفاه به عنوان نابع هدف در مدل در نظر گرفته شده و با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی تصادفی مقدار آن حداکثر شده است. نتایج حاصل از حداکثرسازی تابع هدف نشان می‌دهد که رابطه بین رفاه کشاورزان و آب تخصیص یافته در ابتدا صعودی و بعد از گره سوم نزولی می‌شود. در واقع، مقدار آب بعد از گره سوم بیش از تقاضای کشاورزان بوده است و رفاه آن‌ها را کاهش داده است. از این رو باید توجه نمود که در هر سال نباید بیش از مقدار بهینه به آب به کشاورزی اختصاص داده شود.

با توجه به حداکثرسازی تابع هدف و نوع تقاضای آب کشاورزی، میزان بهینه تخصیص آب برابر $170/763$ میلیون مترمکعب در سال است. این میزان از میانگین بلند مدت به میزان 22 میلیون مترمکعب بیشتر است. از این رو پیشنهاد می‌شود مقدار آب تخصیصی به کشاورزان را به میزان 22 میلیون مترمکعب افزایش یابد تا باعث افزایش رفاه ایشان شود. از طرف دیگر در بعضی از سال‌ها که به علت خشکسالی مقدار آب تخصیصی به کشاورزی کاهش می‌یابد، باعث بروز خسارت در این بخش می‌شود. در نتیجه پیشنهاد می‌شود که در شرایط خشکسالی تأمین آب کشاورزی انجام بگیرد.

منابع

- ادارات جهاد کشاورزی ورامین و پاکدشت (۱۳۹۲).
- رستگاری پور، فاطمه و صبوچی صابونی، محمود (۱۳۸۹): «مدل بهینه سازی بهره برداری از مخزن سد کارده با استفاده از برنامه ریزی تصادفی بازه‌ای چند مرحله ای». مجله آب و فاضلاب. شماره ۳: ۸۸-۹۸.
- ستاری، محمدتقی؛ اسماعیلیان، سعید و ابریشم‌چی، احمد (۱۳۸۱): «بهینه‌سازی توزیع آب در مخازن چند منظوره». مجله استقلال. ۲: ۱۹۷-۲۰۹.
- شرکت مدیریت منابع آب ایران (۱۳۹۲).
- صبوچی صابونی، محمود؛ رستگاری پور، فاطمه و کهنخا، احمدعلی (۱۳۸۷): «تخصیص بهینه آب سد طرق بین مصارف شهری و کشاورزی با استفاده از روش برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای فازی با پارامترهای بازه‌ای در شرایط عدم حتمیت». مجله اقتصاد و کشاورزی، ۳(۱): ۳۳-۵۵.
- علیزاده، امین (۱۳۸۲): «هیدرولوژی کاربردی». ویرایش شانزدهم. انتشارات دانشگاه امام رضا(ع).
- مومنی، منصور و رضایی، نادر (۱۳۸۷): «مدل بهره‌برداری از مخزن سد ارس با استفاده از برنامه‌ریزی پویا». نشریه مدیریت صنعتی، ۱: ۱۳۹-۱۵۲.
- میهن خواه، نیره؛ چیذری، امیرحسین و خلیلیان، صادق (۱۳۹۱): «مدیریت بهره‌برداری بهینه از منابع آب سطحی با کاربرد برنامه‌ریزی پویا». نشریه اقتصاد و توسعه کشاورزی، جلد ۲۶، شماره ۴: ۲۴۴-۲۵۱.
- همایونی فر، مسعود و رستگاری پور، فاطمه (۱۳۸۹): «تخصیص آب سد لتیان بین محصولات کشاورزی در شرایط عدم حتمیت». نشریه اقتصاد و توسعه کشاورزی، جلد ۱۴، شماره ۴: ۲۵۹-۲۶۷.
- Amir, I. & Fisher, F.M. (1999); "Analyzing Agricultural Demand for Water with an Optimizing Model". *Agricultural System*, 61: 45-56.
- Baltagi, B. H. (2005); "Econometric Analysis of Panel Data, Third Edition". New York: John Wiley and Sons press.
- Bellman, R. (1961); "Adaptive Control Processes: A Guided Tour". Princeton University Press.
- Bertsekas, D. P. & Tsitsiklis, J. N. (1996); "Neuro-dynamic programming. Belmont, Massachusetts" Athena Scientific.
- Dai, Z.Y. & Li, Y. P. (2013); "A multistage irrigation water allocation model for agricultural land-use planning under uncertainty". *Agricultural Water Management* 129: 69-79.
- Gibbons, D. C. (1987); "The economic value of water. Resources for the Future, inc., Washington D.C., USA.
- Howitt, H. & Reynaud, A. & Msangi, S. & Knapp, K. C. (2002); "Calibrated Stochastic Dynamic Models for Resource Management". Presented at the World Congress of Environmental and Resource Economists – Monterey California. June 24-27 2002.
- Judd, K, L. (1998); "Numerical Methods in Economics". M.I.T Press. Cambridge.
- Knapp, K. & Olson, L. (1996); "Dynamic Resource Management: Inter temporal Substitution and Risk Aversion". *American J. Agricultural Economic*. 78: 1004-1014.
- Li Y. P. & Huang G. H. & Nie S. L. (2006); "An interval-parameter multi-stage stochastic programming model for water resources management under uncertainty". *Advances in Water Resources*. 29: 776-789.

- Li, Y. P. & Huang, G. H. & Zhou, H. D. (2009); "A multistage fuzzy-stochastic programming model for supporting water resources allocation and management". *Environmental Modelling and Software*, 24: 786-797.
- Msangi, S. (2005); "Learning in non-cooperative groundwater extraction application of an entropy filter to a dynamic game". In: Paper presented at the Second Conference on Information and Entropy Econometrics: Theory, Method, and Applications, Washington, DC, September 23-25, 2005.
- Provencher, B. & Burt, O. (1994); "Approximating the optimal groundwater pumping policy in a multi aquifer stochastic conjunctive use setting". *Water Resources Research*, 30: 833-843.